

# Důkazy, indukce, kvantifikátory

3. cvičení

Matematika 1, NMMA701, Ondřej Bouchala

## Výsledky:

5.  $a_n = 2^{n+1} - 1$

8. Označme výrok „osoba  $a$  zná osobu  $b$ “ symbolem  $Z(a, b)$ , dále označme množinu všech lidí jako  $L$ . Pak:

a)  $\forall a \in L \forall b \in L: Z(a, b)$

b)  $\exists a \in L \forall b \in L: Z(a, b)$

c)  $\forall a \in L \exists b \in L: Z(a, b)$

d)  $\exists b \in L \forall a \in L: \neg Z(a, b)$

9. a) Pro  $y \in (2, 12)$  platí, že  $f(y) = 15$ .

b) Funkce  $f$  je na  $\mathbb{R}$  konstantní.

10.  $\exists a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < b, c < d \forall x_1, x_2 \in (a, b), x_1 < x_2 \forall t_1, t_2 \in (c, d), t_1 < t_2:$

$$(f(x_1) < f(x_2)) \ \& \ (f(t_1) > f(t_2))$$

11. Označme symbolem  $V(c, t, h)$  výrok „Člověk  $c$  si dá rád jedno pivo v čase  $t$  a v hospodě  $h$ “. Pak si zadaný výrok můžeme napsat jako (kvantifikujeme vždy přes všechny lidi ( $c$ ), všechny časy ( $t$ ) a všechny hospody ( $h$ )):

$$\forall c : [(\exists t \exists h : V(c, t, h)) \wedge \neg (\forall t \exists h : V(c, t, h)) \wedge \neg (\forall h \exists t : V(c, t, h))]$$

Negace tohoto je pak (s využitím pravidel pro negaci kvantifikovaných výroků a pro negaci konjunkce):

$$\exists c : [(\forall t \forall h : \neg V(c, t, h)) \vee (\forall t \exists h : V(c, t, h)) \vee (\forall h \exists t : V(c, t, h))]$$

Takže, když to přepíšeme do češtiny, „Existuje osoba, která si nikdy nedá ráda jedno pivo, nebo která si ho dá ráda v libovolný čas, nebo která si ho dá ráda v libovolné hospodě.“